Diskrete Mathematik
Wintersemester 2015/2016

Hochschule RheinMain
Prof. Dr. Steffen Reith

1. Übungsblatt

Definition 1: *Sei A eine beliebige Menge. Wir definieren die Diagnonale Δ_A von A wie folgt:*

$$\Delta_A =_{\text{def}} \{(a, a) \mid a \in A\}$$

Definition 2: *Seien A und B beliebige Mengen und $R \subseteq A \times B$ eine zweistellige Relation. Wir definieren die zu R* inverse Relation *R^{-1} wie folgt:*

$$R^{-1} =_{\text{def}} \{(y, x) \in B \times A \mid (x, y) \in R\}$$

Definition 3: *Eine* Partition *$\mathcal{S}$ einer Menge S ist eine Menge von Teilmengen von S mit den folgenden Eigenschaften:*

- *Gilt $A \in \mathcal{S}$, dann gilt $A \neq \emptyset$. (Kein Element der Partition ist die leere Menge)*
- *$\bigcup_{A_i \in \mathcal{S}} A_i = S$ (die Vereinigung aller Elemente der Partition ergibt S)*
- *Für $A_1, A_2 \in \mathcal{S}$ gilt* entweder *$A_1 = A_2$ oder $A_1 \cap A_2 = \emptyset$. (Zwei Elemente einer Partition sind gleich oder disjunkt)*

Lösen Sie die folgenden Aufgaben:

1. i) Sei R eine binäre Relation über A. Zeigen Sie, dass R genau dann reflexiv ist, wenn $\Delta_A \subseteq R$.
   ii) Sei R eine zweistellige Relation über A. Zeigen Sie, dass R genau dann symmetrisch ist, wenn $R^{-1} = R$.
   iii) Sei A eine nichtleere Menge. Jede Äquivalenzrelation $\sim$ über A legt eine Partition $\mathcal{Z}$ von A fest. Umgekehrt gilt auch, dass jede Partition eine Äquivalenzrelation über A bestimmt.
2. Sei $n \in \mathbb{N}$ die Anzahl von geraden Schnitten durch eine Pizza. Die Funktion $L\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ gibt die maximale Anzahl von Pizzastücken an, die durch diesen Schneideprozess erzeugt werden können. Geben Sie einen geschlossenen Ausdruck für L an.
3. Finden Sie eine bijektive Funktion $f\colon \{0,1\}^* \to \mathbb{N}$, wobei $\{0,1\}^*$ die Menge der Bitstrings bezeichnet.
4. Zeigen Sie, dass jede Teilmenge von $\mathbb{N}$ abzählbar ist.

Besprechnung in der Übung in der KW43. Die Aufgaben müssen von Ihnen so vorbereitet werden, dass sie an der Tafel vorgeführt werden können.