4. Übungsblatt

1. Sei $(F_n)_{n\geq 1}$ die bekannte Folge der Fibonacci-Zahlen, wobei $F_0 = 0$ und $F_1 = F_2 = 1$. Beweisen Sie mit Hilfe der vollständigen Induktion, dass dann $F_{n+1} \cdot F_{n-1} - (F_n)^2 = (-1)^n$ gilt.

2. Zeigen Sie das Prinzip von Inklusion und Exklusion. Gegeben seien dazu n endliche Mengen $A_1, A_2, \ldots, A_n$, dann definieren wir $S_r =_{\text{def}} \sum_{1\leq i_1 \leq i_2 \leq \cdots \leq i_r \leq n} \#(A_{i_1} \cap \cdots \cap A_{i_r})$. Zeigen Sie, dass dann $\#(\bigcup_{k=1}^{n} A_k) = \sum_{r=1}^{n} (-1)^{r-1} \cdot S_r$ gilt.

3. Sei M eine beliebige endliche Menge. Zeigen Sie, dass es genau $\#(M)!$ verschiedene Permutationen von M gibt.

Besprechung in der Übung am 11. November 2015