

4. Übungsblatt

1. Seien $0 \leq a < k \leq n$. Zeigen Sie, dass dann

$$\frac{n}{k} \leq \frac{n-a}{k-a}$$

2. Zeigen Sie, dass $\ln n! \approx n \ln n - n$. Ersetzen Sie die auftretende Summe durch ein geeignetes Integral näherungsweise und lösen Sie dieses. Verwenden Sie die Näherung für $\ln n!$ und finden Sie eine Näherung für $n!$.
3. Seien M und N beliebige endliche Mengen, $\#M = \#N$ und $\pi: M \rightarrow N$. Zeigen Sie, dass π bijektiv ist gdw. π injektiv und π bijektiv gdw. π surjektiv.
4. Gegeben seien zwei Abbildungen $f: A \rightarrow B$ und $g: B \rightarrow C$. Wir definieren $g \circ f: A \rightarrow C$ (g komponiert mit f , Kompositum (oder Produkt) von f mit g) durch $(g \circ f)(x) =_{\text{def}} g(f(x))$. Zeigen Sie, dass die Abbildung \circ assoziativ ist. Sei nun M eine beliebige endliche Menge. Zeigen Sie, dass das Kompositum von zwei Permutationen von M wieder eine Permutation von M ist. Gibt es eine feste Permutation e von M für die $e \circ f = f = f \circ e$ gilt, wenn f eine beliebige Permutation von M ist?

Besprechung in der Übung am 18. November 2015. Die Aufgaben sollen von Ihnen so vorbereitet werden, dass sie an der Tafel vorgeführt werden können. Achten Sie insbesondere auf einen korrekten mathematischen Formalismus!