3. Übungsblatt

1. Der Fachbereichsrat einer hessischen Informatikfakultät beschloss eine neue Prüfungsordnung, in der auch die erlaubten Fächerkombinationen geregelt sind. Zur Auswahl stehen die Fächer *Theologik*, *Praxologie* und *Schaltkreislöten*, sowie ein *Äppelwoipraktikum*. Es wurde festgelegt, dass eine gültige Fächerkombination die Bedingungen *i*), *ii*) und *iii*) erfüllen muss:

   i) Wurde das Äppelwoipraktikum nicht erfolgreich absolviert, so muss die Praxologieprüfung bestanden werden.

   ii) War ein Student in der Praxologie- oder Schaltkreisprüfung nicht erfolgreich, so müssen die Theologik und das Äppelwoipraktikum bestanden werden.

   iii) Hat ein Kandidat weder die Prüfung in Theologik noch in Praxologie bestanden, so muss die Schaltkreisvorlesung und das Äppelwoipraktikum bestanden werden.

   Obwohl diese Prüfungsordnung das Ergebnis eines sehr schwierigen Abstimmungsprozesses mit etlichen Sondersitzungen war, lehnte das Ministerium die Prüfungsordnung wegen „undurchsichtigen Formulierungen“ aus völlig unverständlichen und nicht nachvollziehbaren Gründen ab! Die Fakultät wurde aufgefordert, die Prüfungsbedingungen zu vereinfachen.

   Helfen Sie dem Studiengangsleiter bei dieser schweren Arbeit und führen Sie die folgenden Arbeitsschritte aus:

   i) Finden Sie aussagenlogische Formeln, die die Bedingungen *i*), *ii*) und *iii*) formalisieren. Verwenden Sie die Wahrheitswertevariablen t für Theologik, p für Praxologie, s für Schaltkreislöten und w für das Äppelwoipraktikum.

   ii) Finden Sie eine bessere umgangssprachliche Prüfungsordnung indem Sie die in Schritt i) gefundene Formel mit Hilfe der Vorlesung vorgestellten Umformungsregeln minimieren.

   Hinweis: Entfernen Sie im ersten Schritt alle möglicherweise vorkommenden Implikationen mit Hilfe der Äquivalenz $x \to y \equiv \neg x \vee y$.

2. Welche der folgenden Ausdrücke sind eine Kontradiktion bzw. Tautologie? Geben Sie eine Antwort ohne Benutzung von Wahrheitswertetabellen.

   i) $\neg x \leftrightarrow (x \wedge (x \vee y))$

   ii) $\neg x \oplus (x \vee (x \wedge y))$

   iii) $(x \to y) \leftrightarrow (\neg x \vee y)$

   iv) $y \leftrightarrow ((\neg x \to y) \wedge (x \to y))$

Hinweis: $x \to y \equiv \neg x \vee y$ und $x \leftrightarrow y \equiv (x \to y) \wedge (y \to x)$.

3. Wir definieren, dass eine Funktion $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ bei a den Grenzwert b hat, wenn

$$\forall \epsilon > 0\, \exists \delta > 0\, \forall x \in \mathbb{R}\ 0 < |x - a| < \delta \to |g(x) - b| < \epsilon$$

gilt (Man schreibt $\lim_{x \to a} g(x) = b$).

Finden Sie eine logische Formulierung für die folgenden Aussagen:

i) $g(x) = x^2$ hat bei 4 den Grenzwert 16.

ii) $g(x) = x^3$ hat bei 3 nicht den Grenzwert 7.

iii) Für alle $k > 0$ hat $g(x) = 1/x^k$ hat bei 0 keinen Grenzwert.

iv) Für alle $b \in \mathbb{R}$ gilt, dass die Funktion $g(x) = x^{1024}$ bei b und $-b$ den gleichen Grenzwert hat.

4. Seien $x \in \mathbb{Z}$ und $y \in \mathbb{Z}$ und $p(x, y)$ die Aussageform $p(x, y)\colon\ -x - y = 0$. Drücken Sie die beiden folgenden Aussagen in Worten aus und geben Sie an, ob diese Aussagen wahr oder falsch sind:

i) $\forall x(\exists y(P(x, y)))$

ii) $\exists y(\forall x(P(x, y)))$

Besprechung in den Übungen in der KW 45 ab Donnerstag 4. November 2015.