

5. Übungsblatt

1. Seien $A = \{u, v, w, x\}$, $B = \{a, b, x\}$ und $C = \{t, u, b, x\}$ Teilmengen des Universums $\{a, b, u, v, w, x, t\}$. Geben Sie die folgenden Mengen an:

- | | |
|-----------------------|---------------------------------|
| i) $B \cup C$ | v) $(A \cup B) \cap (A \cup C)$ |
| ii) $A \cap B$ | vi) $\overline{(A \cup C)}$ |
| iii) $\overline{C}$ | vii) $B \setminus C$ |
| iv) $A \cap B \cap C$ | viii) $A \cap (A \cup B)$ |

2. Gegeben sind die folgenden Teilmengen von $\mathbb{Z}$:

- $A = \{3n \mid n \in \mathbb{Z} \text{ und } n \geq 4\}$
- $B = \{2n \mid n \in \mathbb{Z}\}$
- $C = \{n \mid n \in \mathbb{Z} \text{ und } n^2 \leq 100\}$

Drücken Sie die folgenden Mengen unter Verwendung von geeigneten Mengenoperationen aus:

- | | |
|--|---|
| i) Die Menge der ungeraden ganzen Zahlen | iii) $\{6n \mid n \in \mathbb{Z} \text{ und } n \geq 2\}$ |
| ii) $\{-10, -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, 10\}$ | iv) $\{-9, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9\}$ |
3. Die *Potenzmenge* einer Menge M ist (vgl. Vorlesung) durch $\mathcal{P}(M) =_{\text{def}} \{N \mid N \subseteq M\}$ definiert.

- Sei $B = \{\delta, \iota, \zeta\}$. Bestimmen Sie $\mathcal{P}(B)$.
- Finden Sie Mengen A und B , sodass $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) \neq \mathcal{P}(A \cup B)$.
- Können Sie Mengen A und B finden, sodass $\mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B) \neq \mathcal{P}(A \cap B)$? Wenn ja, dann geben Sie ein Beispiel. Sollten Sie kein Beispiel finden, so finden Sie (mathematische) Gründe dafür.

4. In dieser Aufgabe wird ein neuer Operator $\diamond$ für Mengen eingeführt. Seien A und B dazu Mengen und

$$A \diamond B = \overline{A \cup B}$$

Verwenden Sie die Ihnen bekannten Gesetze für das Rechnen mit Mengen, um die folgenden Eigenschaften zu belegen:

- i) $A \diamond A = \overline{A}$
- ii) $(A \diamond A) \diamond (B \diamond B) = A \cap B$
- iii) $(A \diamond B) \diamond (A \diamond B) = A \cup B$

Besprechung in den Übungen in der KW 47 ab Donnerstag 18. November 2015.