Hochschule RheinMain
Prof. Dr. Steffen Reith

7. Übungsblatt

1. Eine Folge von rationalen Zahlen ist induktiv wie folgt definiert:

   (IA) $a_1 = 2$, $a_2 = \frac{3}{2}$

   (IS) $a_{n+1} = 2 - \frac{1}{a_n}$

   Geben Sie die Zahlen a_1, a_2, a_3, a_4 und a_5 als *vollständig* gekürzte Brüche an. Beweisen Sie mit Hilfe der vollständigen Induktion, dass $a_n = \frac{n+1}{n}$ gilt

2. Sei $n \geq 1$ und $B^n = \{b_1 b_2 \cdots b_n \mid b_i \in \{0, 1\}, 1 \leq i \leq n\}$, d.h. B^n ist die Menge aller Bitstrings der Länge genau n. Zeigen Sie mit Hilfe eines Induktionsbeweises, dass $\#B^n = 2^n$ gilt.

3. Zeigen Sie mit Hilfe *eines Induktionsbeweises*, dass für alle $i \geq 1$ ein $b \in \mathbb{N}$ existiert, sodass $10^i = 9 \cdot b + 1$.

4. Zeigen Sie mit Hilfe einer Induktion, dass

   $$\sum_{i=0}^{n} 2^i = 2^{n+1} - 1$$

   gilt.

Besprechung und Vorrechnen in den Übungen in der KW 50 ab dem 9. Dezember 2015.