

1. Übungsblatt

Definition 1: Sei A eine beliebige Menge. Wir definieren die Diagonale Δ_A von A wie folgt:

$$\Delta_A =_{\text{def}} \{(a, a) \mid a \in A\}$$

Definition 2: Seien A und B beliebige Mengen und $R \subseteq A \times B$ eine zweistellige Relation. Wir definieren die zu R inverse Relation R^{-1} wie folgt:

$$R^{-1} =_{\text{def}} \{(y, x) \in B \times A \mid (x, y) \in R\}$$

Definition 3: Eine Partition \mathcal{S} einer Menge S ist eine Menge von Teilmengen von S mit den folgenden Eigenschaften:

- Gilt $A \in \mathcal{S}$, dann gilt $A \neq \emptyset$. (Kein Element der Partition ist die leere Menge)
- $\bigcup_{A_i \in \mathcal{S}} A_i = S$ (die Vereinigung aller Elemente der Partition ergibt S)
- Für $A_1, A_2 \in \mathcal{S}$ gilt entweder $A_1 = A_2$ oder $A_1 \cap A_2 = \emptyset$. (Zwei Elemente einer Partition sind gleich oder disjunkt)

Lösen Sie die folgenden Aufgaben:

1. Sei R eine binäre Relation über A . Zeigen Sie, dass R genau dann reflexiv ist, wenn $\Delta_A \subseteq R$.
2. Sei R eine zweistellige Relation über A . Zeigen Sie, dass R genau dann symmetrisch ist, wenn $R^{-1} = R$.
3. Sei A eine nichtleere Menge. Jede Äquivalenzrelation \sim über A legt eine Partition \mathcal{Z} von A fest. Umgekehrt gilt auch, dass jede Partition eine Äquivalenzrelation über A bestimmt.

Bearbeiten Sie diese Übung bis zum 17. Oktober 2012. Die Aufgaben sollen so vorbereitet werden, dass sie an der Tafel vorgeführt werden können. Achten Sie insbesondere auf einen korrekten mathematischen Formalismus! Auf der Seite der Vorlesung werden nach dem 17. Oktober Hinweise für die eigene Erstellung einer Musterlösung zur Verfügung gestellt.

Hinweis: Es kann nicht schaden geeignete Literatur zur Lösung der Aufgaben hinzu zu ziehen!