

9. Übungsblatt

1. Sei G eine Gruppe und U eine Untergruppe von G . Wir definieren eine Relation $\sim \subseteq G \times G$ durch $a \sim b$ gdw. $ba^{-1} \in U$. Zeigen Sie, dass \sim eine Äquivalenzrelation ist.
2. Sei (G, \cdot) eine Gruppe und $U \subseteq G$. Zeigen Sie, dass (U, \cdot) genau dann eine Untergruppe von G ist, wenn für alle $u, v \in U$ auch $uv^{-1} \in U$ gilt.
3. Sei (G, \cdot) eine Gruppe. Zeigen Sie, dass alle Isomorphismen vom Typ $\eta: G \rightarrow G$ eine Gruppe bilden.
4. Gegeben sei die Gruppe $\mathbb{Z}_3 = \{0, 1, 2\}$ durch die folgende Gruppentafel:

\cdot	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

Geben Sie konkret einen Homomorphismus $\eta: \mathbb{Z}_3 \rightarrow S_3$ an. Erstellen Sie dazu eine Gruppentafel der S_3 und „probieren“ Sie geeignet, um Werte für $\eta(0)$, $\eta(1)$ und $\eta(2)$ zu finden.

Besprechung in der Übung am 12. Dezember 2012.