Diskrete Mathematik
Wintersemester 2012/2013

Hochschule RheinMain
Prof. Dr. Steffen Reith

13. Übungsblatt

1. Zeigen Sie, dass $3^n \notin O(2^n)$, $5n + 2 \in o(n^2)$ und $n \in o(n^2)$
2. Sei $q(x) = a_m x^m + a_{m-1}x^{m-1} + \ldots + a_1 x + a_0$ mit $a_i \in \mathbb{Z}$ für $0 \leq i \leq m$ ein beliebiges Polynom. Beweisen Sie, dass x^m eine *dichte asymptotische Schranke* für q ist.
3. Seien $f, g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit $O(g) = O(f)$. Gilt dann auch $g = f$? Ist dies der Fall, so beweisen Sie dies. Im anderen Fall geben Sie ein geeignetes Gegenbeispiel.
4. Diese Aufgabe sollte auch durch „einfaches Hinsehen“ lösbar sein und ist eine gute Vorbereitung auf das nächste Kapitel. Sei die folgenden Rekurrenz $T\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ gegeben:

$$\begin{aligned} T(0) &=_{\text{def}} 1 \\ T(n) &=_{\text{def}} T(n-1) + (2n+1) \end{aligned}$$

   Geben Sie die Werte von $T(1)$, $T(2)$, $T(3)$ und $T(4)$ direkt an, und bestimmen Sie eine Funktion $f(n)$, die das Funktionensymbol T nicht enthält, so dass $T(n) = f(n)$ gilt. Beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Vermutung.

Besprechung in der Übung am 16. Januar 2013.