Hochschule RheinMain
Prof. Dr. Steffen Reith

3. Übungsblatt

1. Gegeben sei die Grammatik $G_4 = (\{a, b, c\}, \{S, B\}, \{S \to aSBc, S \to abc, cB \to Bc, bB \to bb\}, S)$. Geben Sie die Sprache $L(G_4)$ an.
   Hinweis: Zählen Sie zunächst einmal wieviele Buchstaben a, B und c nach einem beliebigen Ableitungsschritt auftreten (induktives Argument).

2. Sei $\mathcal{P}(A) =_{\text{def}} \{B \mid B \subseteq A\}$ die Potenzmenge von A. Ist z.B. $A = \{2, 3, 5, 7\}$, dann ergibt sich $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{2, 7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 3, 7\}, \{2, 5, 7\}, \{3, 5, 7\}, \{2, 3, 5, 7\}\}$.

   Sei nun A eine beliebige Menge mit n Elementen. Zeigen Sie, dass dann 2^n Elemente in $\mathcal{P}(A)$ enthalten sind. Können Sie *mehrere (also mindestens zwei) verschiedene* Beweise für diese Tatsache finden?

3. Jeder Identifier in einer fiktiven Programmiersprache ist ein Wort, das aus beliebig vielen Gross- und Kleinbuchstaben sowie aus Ziffern besteht. Dabei darf ein Identifier nicht mit einer Ziffer beginnen.

   i) Entwickeln Sie eine Typ3 - Grammatik, die die Menge der Identifier erzeugt und geben Sie alle Komponenten der Grammatik *explizit* an.
   ii) Geben Sie die Ableitungsschritte für den Identifier `HSRM42` an, und zeichnen Sie den dazu gehörigen Syntaxbaum. Begründen Sie warum der Baum eine bestimmte Form hat. Ist das bei allen Typ3-Grammatiken so?

4. Sei $G = (\Sigma, N, P, S)$ eine beliebige kontextfreie Grammatik. Zeigen Sie:

   i) Es gibt eine kontextfreie Grammatik $G' = (\Sigma, N', P', S)$ mit $L(G) = L(G')$, die die folgende Eigenschaft hat: Jede Produktion, die auf der rechten Seite ein Terminalsymbol enthält, hat die Form $A \to a$, wobei $A \in N'$ und $a \in \Sigma$.
   ii) Es gibt eine kontextfreie Grammatik $G'' = (\Sigma, N'', P'', S)$ in der alle Produktionen von G der Form $A \to B_1 B_2 \ldots B_k$, $k \geq 3$ und $A, B_1, \ldots, B_k \in N$ durch Produktionen der Form $C \to DE$ mit $C, D, E \in N''$ so ersetzt wurden, dass $L(G) = L(G'')$ gilt.

5. Zeigen Sie, dass die beiden Sprachen $L_1 =_{\text{def}} \{a^n b^m c^{n+m} \mid n, m \geq 0\}$ und $L_2 =_{\text{def}} \{w\#w^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$ kontextfrei sind.

Besprechung in den Übungen am 4.5.2016.