

5. Übungsblatt

Lösen Sie die folgenden Aufgaben:

1. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

a) $\mathbf{DSPACE}(2^n) \subsetneq \mathbf{DSPACE}(2^{2n})$.

b) $\mathbf{NTIME}(n) \subsetneq \mathbf{PSPACE}$.

c) $\mathbf{PSPACE} \subsetneq \mathbf{DSPACE}(2^n)$.

2. Eine Zusammenhangskomponente eines ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ (V beliebige Menge, $E \subseteq V \times V$, $(u, v) \in E$ gdw. $(v, u) \in E$) ist eine maximale Menge von Knoten $U \subseteq V$ mit der Eigenschaft, dass es zwischen je zwei Knoten aus U einen Pfad in G gibt.

Zeigen Sie, dass die Sprache

$$\mathbf{CONNECTED} =_{\text{def}} \{ \langle G, k \rangle \mid G \text{ ist ein ungerichteter Graph mit} \\ \text{höchstens } k \text{ Zusammenhangskomponenten.} \}$$

zur Klasse \mathbf{P} gehört.

3. Eine Sprache $A \subseteq \Sigma^*$ semi-entscheidbar, wenn die charakteristische Funktion $c_A: \Sigma^* \rightarrow \{0, 1\}$ der Sprache A mit

$$c_A(w) =_{\text{def}} \begin{cases} 1, & \text{falls } w \in A \\ \text{undefiniert,} & \text{sonst} \end{cases}$$

berechenbar ist.

Definition Sei $t: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$. Die Komplexitätsklasse $\mathbf{SEMITIME}(t(n))$ besteht aus allen Sprachen A , für die es eine Mehrband-Turingmaschine gibt, die A semi-entscheidet (also ein Semi-Entscheidungsalgorithmus für A ist) und deren Zeitbedarf für alle $w \in A$ durch $\mathcal{O}(t(|w|))$ beschränkt ist.

Beweisen Sie: Ist $A \in \mathbf{SEMITIME}(t(n))$ für eine berechenbare Funktion $t: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, so ist A entscheidbar.

Besprechung in der Übung am 23. November 2012 in der 47. Kalenderwoche. Die Aufgaben müssen von Ihnen so vorbereitet werden, dass sie an der Tafel vorgeführt werden können. Achten Sie insbesondere auf einen korrekten mathematischen Formalismus!