

## 7. Übungsblatt

Lösen Sie die folgenden Aufgaben:

1. Sei  $B$  eine **NP**-vollständige Sprache. Zeigen Sie, dass  $B \in \mathbf{P}$  gdw.  $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$ .
2. Sei  $B$  **NP**-vollständig und  $C \in \mathbf{NP}$ . Zeigen Sie, dass aus  $B \leq_m^p C$  folgt, dass auch  $C$  **NP**-vollständig ist.
3. Es sei  $\Sigma$  ein Alphabet. Beweisen Sie die folgende Aussage: Ist  $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$ , so sind alle Sprachen über  $\Sigma$ , die in **NP** liegen, **NP**-vollständig bis auf  $\emptyset$  und  $\Sigma^*$ .
4. Das Problem CLIQUE ist wie folgt definiert:

$$\text{CLIQUE} =_{\text{def}} \{ \langle G, k \rangle \mid G = (V, E) \text{ ist ein ungerichteter Graph} \\ \text{und es gibt ein } V' \subseteq V \text{ mit } \#V' \geq k \text{ und } V' \times V' \subseteq E. \}$$

Ein ungerichteter Graph  $G = (V', E')$  heißt genau dann Teilgraph eines ungerichteten Graphen  $G = (V, E)$ , wenn  $V' \subseteq V$  und  $E' = E \cap (V' \times V')$  gelten.

Von einem der letzten Übungsblätter kennen Sie den Begriff der Isomorphie für Graphen. Es sei

$$\text{SGI} =_{\text{def}} \{ \langle G, H \rangle \mid G \text{ und } H \text{ sind ungerichtete Graphen,} \\ \text{und } G \text{ besitzt einen Teilgraphen, der isomorph zu } H \text{ ist.} \}$$

Beweisen Sie, dass  $\text{SGI} \in \mathbf{NP}$  und  $\text{CLIQUE} \leq_m^p \text{SGI}$  gelten.

5. Es sei

$$\text{DOUBLE-SAT} =_{\text{def}} \{ \langle \varphi \rangle \mid \varphi \text{ ist eine aussagenlogische Formel,} \\ \text{die mindestens zwei erfüllende Belegungen besitzt} \}.$$

Zeigen Sie, dass DOUBLE-SAT **NP**-vollständig für  $\leq_m^p$ -Reduktionen ist.

Besprechung in der Übung am 21. Dezember 2012 in der 51. Kalenderwoche. Die Aufgaben müssen von Ihnen so vorbereitet werden, dass sie an der Tafel vorgeführt werden können. Achten Sie insbesondere auf einen korrekten mathematischen Formalismus!