

## 8. Übungsblatt

1. Es sei  $H$  eine aussagenlogische Formel in 3-KNF (genau drei Literale pro Klausel). Eine Belegung der Variablen in  $H$ , die in jeder Klausel von  $H$  ein *Literal* mit dem Wert *wahr* und eines mit dem Wert *falsch* belegt, nennen wir *ungleiche Belegung für  $H$* . Eine erfüllende ungleiche Belegung für  $H$  ist demnach eine erfüllende Belegung für  $H$ , die in keiner Klausel alle dort auftretenden Literale gleichzeitig erfüllt.

i) Zeigen Sie, dass die Negation<sup>1</sup> jeder ungleichen Belegung ebenfalls eine ungleiche Belegung ist.

ii) Es sei

$$\text{NAESAT} =_{\text{def}} \{H \mid H \text{ ist eine aussagenlogische Formel in 3-KNF, die eine ungleiche Belegung besitzt}\}.$$

Zeigen Sie, dass  $3\text{SAT} \leq_m^p \text{NAESAT}$ .

2. Sei  $G = (V, E)$  ein ungerichteter Graph. Eine Knotenmenge  $V' \subseteq V$  heißt *unabhängig*, falls für je zwei Knoten  $u, v \in V'$  gilt, dass  $(u, v) \notin E$ .

Es sei das folgende Problem definiert:

$$\text{INDEP-SET} =_{\text{def}} \{\langle G, k \rangle \mid G \text{ hat eine unabhängige Knotenmenge mit } \geq k \text{ Knoten.}\}$$

Zeigen Sie, dass INDEP-SET NP-vollständig ist.

3. Eine Knotenmenge  $V' \subseteq V$  heißt *Knotenüberdeckung*, falls für jede Kante  $(u, v) \in E$  gilt, dass  $u \in V'$  oder  $v \in V'$ .

Es sei das folgende Problem definiert:

$$\text{VERTEX-COVER} =_{\text{def}} \{\langle G, k \rangle \mid G \text{ hat eine Knotenüberdeckung mit } \leq k \text{ Knoten.}\}$$

Zeigen Sie, dass VERTEX-COVER NP-vollständig ist.

4. Sie kennen bereits die Sprache

$$\text{CONNECTED} =_{\text{def}} \{\langle G, k \rangle \mid G \text{ ist ein ungerichteter Graph mit höchstens } k \text{ Zusammenhangskomponenten.}\}.$$

Zeigen Sie:  $\text{CONNECTED} \leq_m^p \text{SAT}$ .

Besprechung in der Übung am 11. Januar 2013 in der 2. Kalenderwoche.

---

<sup>1</sup>Ist  $\Theta$  eine Belegung, so ist die Negation von  $\Theta$  die Belegung, in der alle Variablen, die unter  $\Theta$  den Wert *wahr* erhalten, mit *falsch* belegt werden und umgekehrt.