

10. Übungsblatt

Lösen Sie die folgenden Aufgaben:

1. Es sei H eine aussagenlogische Formel in 3-KNF (genau drei Literale pro Klausel). Eine Belegung der Variablen in H , die in jeder Klausel von H ein *Literal* mit dem Wert *wahr* und eines mit dem Wert *falsch* belegt, nennen wir *ungleiche Belegung für H* . Eine erfüllende ungleiche Belegung für H ist demnach eine erfüllende Belegung für H , die in keiner Klausel alle dort auftretenden Literale gleichzeitig erfüllt.
 - i) Zeigen Sie, dass die Negation¹ jeder ungleichen Belegung ebenfalls eine ungleiche Belegung ist.
 - ii) Es sei

$$\text{NAESAT} =_{\text{def}} \{H \mid H \text{ ist eine aussagenlogische Formel in 3-KNF, die eine ungleiche Belegung besitzt}\}.$$

Zeigen Sie, dass $3\text{SAT} \leq_m^p \text{NAESAT}$.

2. Das Optimierungsproblem MaxCLIQUE sei wie folgt definiert:

Instanz: ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$

Lösungen: Cliques $C \subseteq V$ von G

Maß: die Größe einer Clique $\#C$

Goal: max

- i) Zeigen Sie, dass $\text{MaxCLIQUE} \in \text{NPO}$ gilt.
 - ii) Es sei MaxCLIQUE_D das zu MaxCLIQUE gehörige Entscheidungsproblem. Zeigen Sie, dass $\text{MaxCLIQUE}_D = \text{CLIQUE}$ gilt.
3. Zeigen Sie: Wenn $\mathcal{P} \in \text{NPO}$, dann gilt $\mathcal{P}_D \in \text{NP}$.

Besprechung in der Übung am 18. Januar 2013.

¹Ist Θ eine Belegung, so ist die Negation von Θ die Belegung, in der alle Variablen, die unter Θ den Wert *wahr* erhalten, mit *falsch* belegt werden und umgekehrt.