Quantencomputing
Sommersemester 2016

Hochschule RheinMain
Prof. Dr. Steffen Reith

1. Übungsblatt

Sei $\mathbb{C}$ die Menge der *komplexen Zahlen* mit $i = \sqrt{-1} \in \mathbb{C}$, dann heißt für $z \in \mathbb{C}$ die Form $z = x + iy$ mit $x, y \in \mathbb{R}$ *kartesische Darstellung* von z. Die Darstellung $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ mit $r \in \mathbb{R}$ und dem Winkel $\varphi \in \mathbb{R}$ heißt *trigonometrische Darstellung* und $z = re^{i\varphi}$ heißt Polar- oder Exponentialdarstellung von z.
Hinweis: Jede komplexe Zahl $x + yi$ in kartesischer Darstellung entspricht dem Punkt (x, y) in der Ebene. Diese Ebene nennt man auch *Gaußsche Zahlenebene* oder *Komplexe Zahlebene*.

Lösen Sie die folgenden Aufgaben:

1. Bringen Sie die komplexen Zahlen $z_1 = 1 + 2i$ und $z_2 = -1 - 2i$ in die trigonometrische Darstellung bzw. in Exponentialdarstellung. Berechnen Sie die Summe, das Produkt und den Quotienten der komplexen Zahlen $3 + i$ und $7 - 2i$.

2. Beweisen Sie, dass $re^{i\varphi} = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ gilt.
   Hinweis: Verwenden Sie dazu die Reihenentwicklungen von e^x, $\cos x$ und $\sin x$.

3. Sei $n \geq 2$. Geben Sie *alle* (komplexen) Nullstellen des Polynoms $x^n - 1$ in Exponentialdarstellung an und zeichnen Sie diese in der Gaußschen Zahlenebene.
   Hinweis: Sie können für Ihre Argumentation den „*Fundamentalsatz der Algebra*" verwenden, der zuerst von Gauss gezeigt wurde.

4. Finden Sie alle (komplexen) Nullstellen des Polynoms $x^3 + 3x^2 + 9x + 9$.
   Hinweis: Verwenden Sie die „*Formeln von Cardano*"

Besprechnung in den Übungen am 21. April 2016