Hochschule RheinMain
Prof. Dr. Steffen Reith

3. Übungsblatt

1. Ein *Halbaddierer* ist ein (Boolescher) Schaltkreis mit zwei Eingängen a und b, sowie zwei Ausgängen s bzw. c, der durch die folgende Wahrheitswertetabelle gegeben ist:

   $$\begin{array}{c|cccc} a & 0 & 1 & 0 & 1 \\ b & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \hline s & 0 & 1 & 1 & 0 \\ c & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

   Ein *Volladdierer* hat drei Eingänge a, b und c_{in}, sowie zwei Ausgänge s und c_{out}. Er ist durch die folgende Wahrheitswertetabelle gegeben:

   $$\begin{array}{c|cccccccc} a & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ b & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ c_{\text{in}} & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \hline s & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ c_{\text{out}} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

   Realisieren Sie einen Halbaddierer und einen Volladdierer mit Hilfe von „and“, „or“, „not“ und „xor“ Gattern.

   Bauen Sie einen 3 stelligen Binäraddierer mit Hilfe von zwei Volladdierern und einem Halbaddierer.

2. Mit $\text{BF} = [\text{and}, \text{or}, \text{not}]$ bezeichnen wir alle Schaltkreise, die durch Kombination ($\triangleq$„zusammenlöten“) von (beliebig vielen) „and“, „or“ und „not“ Gattern gebaut werden können. Zeigen Sie, dass es Schaltkreise in BF gibt, die man nicht „zusammenlöten“ kann, wenn nur „xor“ und „not“ zur Verfügung hat.

3. Sie haben 100 Qubits im Zustand $\frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$. Welches Ergebnis erwarten Sie, wenn Sie *alle* Qubits messen?

4. Sei $n \geq 1$ und I^n die $n \times n$ Einheitsmatrix. Eine quadratische Matrix $M \in \mathbb{C}^{n\times n}$ heißt *invertierbar*, wenn es eine Matrix $M' \in \mathbb{C}^{n\times n}$ gibt, sodass

   $$M \cdot M' = I^n = M' \cdot M$$

   Gegeben ist nun die Matrix

   $$H = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

   Zeigen Sie, dass H invertierbar ist.

Besprechnung in der Übung am 19. Mai 2016