

### 3. Übungsblatt

1. Bestimmen Sie die aus Übungsblatt 2 bekannte kurze Prüfungsfassung (Aufgabe 3) durch Umformen und ohne Verwendung von Wahrheitstabelle.
2. Welche der folgenden Ausdrücke sind eine Tautologie? Geben Sie eine Antwort ohne Benutzung von Wahrheitstabelle.
  - (a)  $(x \rightarrow y) \leftrightarrow (\neg x \wedge y)$
  - (b)  $(x \rightarrow y) \leftrightarrow (\neg x \vee y)$
  - (c)  $((x \rightarrow y) \wedge (\neg x \rightarrow y)) \leftrightarrow y$

Hinweis:  $x \rightarrow y \equiv \neg x \vee y$ .

3. Seien  $x$  und  $y$  Variablen für zwei beliebige Aussagen. Die Implikation  $(\neg y) \rightarrow (\neg x)$  heißt *Kontraposition* zu  $x \rightarrow y$ . Belegen Sie, dass beide Aussagen gleichwertig sind.
4. Wir definieren, dass eine Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  bei  $a$  den Grenzwert  $b$  hat, wenn

$$\forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in \mathbb{R} 0 < |x - a| < \delta \rightarrow |f(x) - b| < \epsilon$$

gilt (Man schreibt  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ ).

Finden Sie eine logische Formulierung für die folgenden Aussagen:

- (a)  $f(x) = x^2$  hat bei 2 den Grenzwert 4.
  - (b)  $f(x) = x^3$  hat bei 3 nicht den Grenzwert 10.
  - (c)  $f(x) = 1/x$  hat bei 0 keinen Grenzwert.
  - (d) Für alle  $a \in \mathbb{R}$  gilt, dass die Funktion  $f(x) = x^4$  bei  $a$  und  $-a$  den gleichen Grenzwert hat.
5. Seien  $x$  und  $y$  reelle Zahlen und  $p(x, y)$  die Aussageform  $p(x, y): x + y = 0$ . Drücken Sie die beiden folgenden Aussagen in Worten aus und geben Sie an, ob diese Aussagen wahr oder falsch sind:
    - (a)  $\forall x(\exists y(P(x, y)))$
    - (b)  $\exists y(\forall x(P(x, y)))$