Hochschule RheinMain
Prof. Dr. Steffen Reith

4. Übungsblatt

1. Seien $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{r, f, d\}$ und $C = \{t, a, f, d\}$ Teilmengen der Menge $\{a, b, c, d, f, r, t\}$. Geben Sie die folgenden Mengen an:

   i) $B \cap C$
   ii) $A \cup B$
   iii) $\overline{C}$
   iv) $A \cap B \cap C$
   v) $(A \cup B) \cap (A \cup C)$
   vi) $\overline{(A \cup B)}$
   vii) $B \backslash C$
   viii) $A \cup (A \cap B)$

2. Gegeben sind die folgenden Teilmengen von $\mathbb{Z}$:

   - $A = \{3n \mid n \in \mathbb{Z} \text{ und } n \geq 4\}$
   - $B = \{2n \mid n \in \mathbb{Z}\}$
   - $C = \{n \mid n \in \mathbb{Z} \text{ und } n^2 \leq 100\}$

   Drücken Sie die folgenden Mengen unter Verwendung von geeigneten Mengenoperationen aus:

   i) Die Menge der ungeraden ganzen Zahlen
   ii) $\{-10, -8, -6-4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, 10\}$
   iii) $\{6n \mid n \in \mathbb{Z} \text{ und } n \geq 2\}$
   iv) $\{-9, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9\}$

3. Seien A, B und C beliebige Mengen. Benutzen Sie Venn-Diagramme, um die folgenden Identitäten zu illustrieren:

   i) $A \cup (A \cap C) = A$
   ii) $\overline{(A \cup B)} = (\overline{A} \cap \overline{B})$.
   iii) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

4. Die *Potenzmenge* einer Menge M ist (genau wie in der Vorlesung) durch $\mathcal{P}(M) =_{\text{def}} \{N \mid N \subseteq M\}$ definiert.

   i) Sei $A = \{\alpha, \beta, \gamma\}$. Bestimmen Sie $\mathcal{P}(A)$.
   ii) Finden Sie Mengen A und B, sodass $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) \neq \mathcal{P}(A \cup B)$.
   iii) Können Sie Mengen A und B finden, sodass $\mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B) \neq \mathcal{P}(A \cap B)$? Wenn ja, dann geben Sie ein Beispiel. Sollten Sie kein Beispiel finden, so finden Sie (mathematische) Gründe dafür.

Besprechung und Vorrechnen in den Übungen in der KW 45 vom 5. November 2012 bis zum 9. November 2012