Hochschule RheinMain
Prof. Dr. Steffen Reith

6. Übungsblatt

1. Finden Sie einen direkten Beweis der zeigt, dass die Summe zweier gerader ganzer Zahlen wieder gerade ist. Verwenden Sie Ihre Argumente um zu zeigen, dass auch die Summe zweier ungerader ganzer Zahlen wieder gerade ist.

2. Zeigen (evtl. durch einen direkten Beweis) Sie die folgenden Zusammenhänge für beliebige Mengen X, Y und Z und geben Sie die verwendeten Gesetze für alle Zwischenschritte an (z.B. Assoziativgesetz, Distributivgesetz, de Morgan, etc.):

   i) $\overline{(X \cap \overline{Y})} \cup Y = \overline{X} \cup Y$

   ii) $\overline{(\overline{X} \cap \overline{(Y \cup Z)})} = X \cup Y \cup Z$

   iii) $(X \cup Y \cup Z) \cap (X \cup \overline{Y} \cup Z) \cap \overline{(X \cup Z)} = \emptyset$

3. Finden Sie einen Beweis durch Widerspruch für die Aussage: „Wenn $n + m$ eine ungerade ganze Zahl ist, dann ist entweder n oder m ungerade."

4. Für eine natürliche Zahl a sei $(a_0 a_1 a_2 \dots a_n)_{10}$ die gewohnte *Dezimaldarstellung*. Als *Quersumme* von a definieren wir

   $$\mathrm{QS}(a) = \sum_{i=0}^{n} a_i,$$

   d.h. die Quersumme ist die Summe der Ziffern der Dezimaldarstellung.

   Finden Sie einen direkten Beweis für die Aussage: „Wenn a ohne Rest durch 3 teilbar ist, dann ist auch die Quersumme durch 3 teilbar."

   Verwenden Sie für Ihren Beweis die Tatsache, dass für jedes $i \geq 1$ ein $b \in \mathbb{N}$ existiert, sodass $10^i = 9 \cdot b + 1$.
   Hinweis: Verwenden Sie die Tatsache, dass $a = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \cdots + a_1 \cdot 10 + a_0$.

Besprechnung und Vorrechnen in den Übungen ab der KW 47 vom 19. November 2012 bis zum 23. November 2012