

### 3. Übungsblatt

1. Sei  $\mathcal{P}(A) =_{\text{def}} \{B \mid B \subseteq A\}$  die Potenzmenge von  $A$ . Ist z.B.  $A = \{2, 3, 5, 7\}$ , dann ergibt sich  $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{2, 7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 3, 7\}, \{2, 5, 7\}, \{3, 5, 7\}, \{2, 3, 5, 7\}\}$ .  
Sei nun  $A$  eine beliebige Menge mit  $n$  Elementen. Zeigen Sie, dass dann  $2^n$  Elemente in  $\mathcal{P}(A)$  enthalten sind. Können Sie *mehrere (also mindestens zwei) verschiedene* Beweise für diese Tatsache finden?
2. Jeder Identifier in einer fiktiven Programmiersprache ist ein Wort, das aus beliebig vielen Gross- und Kleinbuchstaben sowie aus Ziffern besteht. Dabei darf ein Identifier nicht mit einer Ziffer beginnen.
  - i) Entwickeln Sie eine Typ3 - Grammatik, die die Menge der Identifier erzeugt und geben Sie alle Komponenten der Grammatik *explizit* an.
  - ii) Geben Sie die Ableitungsschritte für den Identifier `HSRM42` an, und zeichnen Sie den dazu gehörigen Syntaxbaum. Begründen Sie warum der Baum eine bestimmte Form hat. Ist das bei allen Typ3-Grammatiken so?
3. Sei  $G = (\Sigma, N, P, S)$  eine beliebige kontextfreie Grammatik. Zeigen Sie:
  - i) Es gibt eine kontextfreie Grammatik  $G' = (\Sigma, N', P', S)$  mit  $L(G) = L(G')$ , die die folgende Eigenschaft hat: Jede Produktion, die auf der rechten Seite ein Terminalsymbol enthält, hat die Form  $A \rightarrow a$ , wobei  $A \in N'$  und  $a \in \Sigma$ .
  - ii) Es gibt eine kontextfreie Grammatik  $G'' = (\Sigma, N'', P'', S)$  in der alle Produktionen von  $G$  der Form  $A \rightarrow B_1 B_2 \dots B_k$ ,  $k \geq 3$  und  $A, B_1, \dots, B_k \in N$  durch Produktionen der Form  $C \rightarrow DE$  mit  $C, D, E \in N''$  so ersetzt wurden, dass  $L(G) = L(G'')$  gilt.
4. Zeigen Sie, dass die beiden Sprachen  $L_1 =_{\text{def}} \{a^n b^m c^{n+m} \mid n, m \geq 0\}$  und  $L_2 =_{\text{def}} \{w \# w^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$  kontextfrei sind.

Besprechung in den Übungen am 10.5.2021.