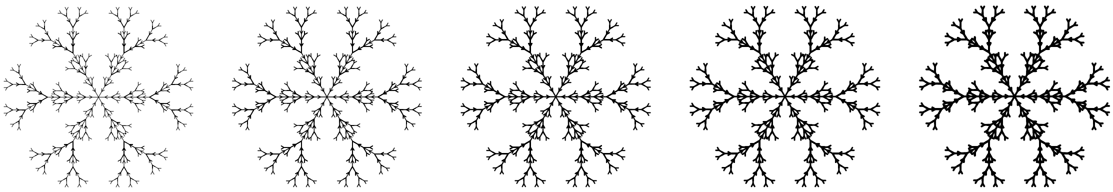
Diskrete Strukturen
Wintersemester 2015/2016

Hochschule RheinMain
Prof. Dr. Steffen Reith

9. Übungsblatt



1. Nun definieren wir eine (binäre) Relation „$\diamond$“ auf der Grundmenge $\mathcal{P}(\mathbb{N}) \times \mathcal{P}(\mathbb{N})$. Seien $A, B \in \mathcal{P}(\mathbb{N})$ beliebig, dann gilt

$$A \diamond B \text{ gdw. } A \cup B = \mathbb{N}.$$

   Welche der folgenden vier Eigenschaften „reflexiv“, „anti-symmetrisch“, „symmetrisch“ und „transitiv“ hat $\diamond$? Belegen Sie Ihre Aussagen!

2. Seien $R \subseteq A \times A$ und $S \subseteq A \times A$ Relationen.
   i) Beweisen Sie, dass $(R \cap S)^{-1} = S^{-1} \cap R^{-1}$.
   ii) Geben Sie mindestens eine weitere (binäre) Operation $\diamond$ auf Relationen an, so dass $(R \diamond S)^{-1} = S^{-1} \diamond R^{-1}$

3. Sei $A_{\mathbb{Z}} = \{(a, b) \in \mathbb{Z}^2 \mid -(a - b) \in \mathbb{N}\}$. Finden Sie einen anschaulichen Namen für die Relation $A_{\mathbb{Z}}$. Beweisen Sie, dass die folgenden drei Aussagen richtig sind:
   i) $\forall a \in \mathbb{Z}$ gilt $(a, a) \in A_{\mathbb{Z}}$.
   ii) Wenn $(a, b) \in A_{\mathbb{Z}}$ und $(b, a) \in A_{\mathbb{Z}}$, dann gilt $a = b$.
   iii) Wenn $(a, b) \in A_{\mathbb{Z}}$ und $(b, c) \in A_{\mathbb{Z}}$, dann gilt $(a, c) \in A_{\mathbb{Z}}$.

   Hinweis: Es gilt $0 \in \mathbb{N}$.

Besprechung und Vorrechnen in den Übungen ab dem 13. Januar 2016.