

## 10. Übungsblatt

1. Gegeben sei die Gruppe  $\mathbb{Z}_3 = \{0, 1, 2\}$  durch die folgende Gruppentafel:

$\cdot$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

Geben Sie konkret einen Homomorphismus  $\eta: \mathbb{Z}_3 \rightarrow S_3$  an. Erstellen Sie dazu eine Gruppentafel der  $S_3$  und „probieren“ Sie geeignet, um Werte für  $\eta(0)$ ,  $\eta(1)$  und  $\eta(2)$  zu finden.

2. Seien  $a, b, c, d$  und  $e$  ganze Zahlen. Zeigen Sie:

- i) Aus  $a \mid b$  folgt  $ac \mid bc$  für alle  $c$ ,
- ii) Aus  $c \mid a$  und  $c \mid b$  folgt  $c \mid (da + fb)$  für alle  $d$  und  $f$ ,
- iii) Aus  $a \mid b$  und  $b \neq 0$  folgt  $|a| \leq |b|$  und
- iv) Aus  $a \mid b$  und  $b \mid a$  folgt  $|a| = |b|$ .

3. Sei  $m \in \mathbb{N}$ ,  $m \geq 2$  und  $\equiv_m \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  eine Relation mit  $x \equiv_m y$  gdw.  $m \mid (x - y)$ . Zeigen Sie, dass  $\equiv_m$  eine Äquivalenzrelation mit  $m$  verschiedenen Äquivalenzklassen ist.

4. Berechnen Sie von Hand die letzten zwei Dezimalstellen von  $6^{17}$ .

Besprechung in der Übung am 19. Dezember 2012.