Hochschule RheinMain
Prof. Dr. Steffen Reith

2. Übungsblatt

Lösen Sie die folgenden Aufgaben:

1. Zeigen Sie, dass jede Teilmenge einer abzählbaren Menge wieder abzählbar ist.

2. Finden Sie einen Diagonalisierungsbeweis der zeigt, dass das Intervall $[0,1)_{\mathbb{R}}$ von reellen Zahlen überabzählbar ist.

   Hinweis: Fassen Sie die Zahlen im Intervall $[0,1)_{\mathbb{R}}$ als Binärzahl/Bitstring auf.

3. Sei Σ ein (natürlich endliches) Alphabet. Die Elemente von Σ heißen *Buchstaben*. Hängt man Buchstaben hintereinander, so erhält man ein *Wort*. Eine Menge von Wörtern heißt *Sprache*. Zeigen Sie, dass die Menge aller Sprachen über Σ nicht abzählbar ist.

   Beispiel: Sei $\Sigma = \{0,1\}$ ein Alphabet mit zwei Buchstaben, dann sind 0011 und 1101 Wörter. Die Menge $\{0, 01, 011, 0111, 01111, 011111, \dots\}$ ist dann eine Sprache über Σ.

4. Beweisen Sie die folgende Produktregel: Wenn $k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ und wenn die Mengen $A_1, \dots,$ A_k endlich sind, dann gilt $\#(A_1 \times A_2 \times \dots \times A_k) = \prod_{i=1}^{k} \#A_i$.

Besprechnung in der Übung in der KW44 am 4. November 2016. Die Aufgaben müssen von Ihnen so vorbereitet werden, dass sie an der Tafel vorgeführt werden können.