

3. Übungsblatt

1. Ein Passwort bestehe aus zwei Buchstaben gefolgt von vier Ziffern, wobei Ziffern, aber nicht Buchstaben mehrfach auftreten dürfen. Wieviele verschiedene Passwörter gibt es?
2. Zeigen Sie die folgende Aussage:

Seien A , B und C endliche Mengen, dann gilt

$$\#(A \cup B \cup C) = \#A + \#B + \#C - \#(A \cap B) - \#(A \cap C) - \#(B \cap C) + \#(A \cap B \cap C).$$

Benutzen Sie diese Aussage um $\#\{1 \leq i \leq 100 \mid \text{es gilt } (2 \mid i) \text{ oder } (3 \mid i) \text{ oder } (5 \mid i)\}$ zu berechnen. Überprüfen Sie Ihr Ergebnis auch mit einem geeigneten Programm.

Hinweis: Die Notation $x \mid y$ bedeutet x teilt y ohne Rest, d.h. es existiert eine ganze Zahl c mit $x \cdot c = y$.

3. In einer Informatikvorlesung einer hessischen Hochschule im Großraum Rhein-Main sitzen 90 Studenten eines Masterkurses und folgen den Ausführungen des Professors, 65 Studenten essen und 20 Studenten träumen vom Ende der Vorlesung. 5 Studenten folgen der Vorlesung und essen gleichzeitig, 7 Studenten essen und träumen gleichzeitig und zwei Studenten gelingt es sogar der Vorlesung zu folgen und dabei zu träumen. Ein Student folgt der Vorlesung, isst und träumt vom Ende der Vorlesung.

Wieviele Studenten sitzen im Hörsaal?

4. Sei M eine beliebige endliche Menge. Zeigen Sie, dass es genau $\#(M)!$ verschiedene Permutationen von M gibt.
5. Nun soll Aufgabe 2 verallgemeinert werden. Gegeben seien n endliche Mengen A_1, A_2, \dots, A_n , dann definieren wir $S_r =_{\text{def}} \sum_{1 \leq i_1 \leq i_2 \leq \dots \leq i_r \leq n} \#(A_{i_1} \cap \dots \cap A_{i_r})$. Zeigen Sie, dass dann

$$\#\left(\bigcup_{k=1}^n A_k\right) = \sum_{r=1}^n (-1)^{r-1} \cdot S_r \text{ gilt.}$$

Besprechung in der Übung am 11. November 2016