Diskrete Mathematik
Wintersemester 2016 / 2017

Hochschule RheinMain
Prof. Dr. Steffen Reith

4. Übungsblatt

1. Zeigen Sie die Näherung $\ln n! \approx n \ln n - n$. Gewinnen Sie daraus eine Näherung für $n!$. Hinweis: Wenden Sie ein Gesetz für Logarithmen an und ersetzen Sie die auftretende Summe näherungsweise durch ein Integral.

2. Für alle natürlichen Zahlen $n, k \in \mathbb{N}$ mit $1 \leq k \leq n$ gilt
$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}.$$
Finden Sie *zwei* verschiedene Beweise für diese Tatsache!

3. Sei $n > 0$. Zeigen Sie, dass sowohl
$$\sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} = 2^n$$
als auch
$$\sum_{i=0}^{n} (-1)^i \binom{n}{i} = 0$$
gilt.

4. Seien M und N beliebige endliche Mengen, $\#M = \#N$ und $\pi\colon M \to N$. Zeigen Sie, dass π bijektiv ist gdw. π injektiv und π bijektiv gdw. π surjektiv.

5. Zusätzliche Übung für Induktion: Sei $(F_n)_{n\geq 1}$ die bekannte Folge der Fibonacci-Zahlen, wobei $F_1 = F_2 = 1$. Beweisen Sie mit Hilfe der vollständigen Induktion, dass $F_{n+2} = 1 + \sum_{i=1}^{n} F_i$.

Besprechung in der Übung am 18. November 2016. Die Aufgaben sollen von Ihnen so vorbereitet werden, dass sie an der Tafel vorgeführt werden können. Achten Sie insbesondere auf einen korrekten mathematischen Formalismus!