

## 5. Übungsblatt

1. Sei  $0 \leq a < k \leq n$ . Beweisen Sie, dass

$$\frac{n}{k} \leq \frac{n-a}{k-a}$$

gilt.

2. Sei  $A = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ . Wir definieren zwei binäre Operationen  $\circ: A^2 \rightarrow A$  und  $\diamond: A^2 \rightarrow A$  vermöge  $\circ((a, b), (c, d)) = ((ad + bc), bd)$  und  $\diamond((a, b), (c, d)) = (ac, bd)$ . Zeigen Sie, dass beide Operationen kommutativ sind.
3. Beweisen Sie, dass eine Gruppe  $(G, \cdot)$  genau dann abelsch ist, wenn  $a^2b^2 = (ab)^2$  gilt.
4. Zeigen Sie, dass es in jeder Gruppe genau ein neutrales Element gibt. Zeigen Sie weiterhin, dass für jedes Element einer Gruppe genau ein inverses Element existiert.

Besprechung in der Übung am 25. November 2016.