Hochschule RheinMain
Prof. Dr. Steffen Reith

6. Übungsblatt

1. Sei G ein eine Gruppe. Zeigen Sie, dass für $a, b \in G$ immer $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$ gilt.

2. Sei $\mathcal{M} = (M, \cdot)$ ein Monoid und $M^* =_{\text{def}} \{m \in M \mid m \text{ ist invertierbar}\}$. Zeigen Sie, dass $\mathcal{M}^* = (M^*, \cdot)$ eine Gruppe ist. Die Gruppe $\mathcal{M}^*$ wird als *Einheitengruppe* von $\mathcal{M}$ bezeichnet.

3. Sei $X^X =_{\text{def}} \{f \mid f\colon X \to X\}$ und $X \neq \emptyset$. Zeigen Sie, dass X^X zusammen mit der Komposition von Funktionen ein Monoid bildet.

4. Sei $T_n =_{\text{def}} \{p \mid p \text{ ist Teiler von } n\}$, $\mathrm{ggT}(a, b)$ ist der größte gemeinsame Teiler und $\mathrm{kgV}(a, b)$ das kleinste gemeinsame Vielfache von a und b. Zeigen Sie, dass für $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ die Algebra $(T_n, \{\mathrm{ggT}, \mathrm{kgV}\})$ ein Verband ist.

Besprechung in der Übung am 2. Dezember 2016. Die Aufgaben sollen von Ihnen so vorbereitet werden, dass sie an der Tafel vorgeführt werden können. Achten Sie insbesondere auf einen korrekten mathematischen Formalismus!