

13. Übungsblatt

1. Zeigen Sie, dass $3^n \notin O(2^n)$, $5n + 2 \in o(n^2)$ und $n \in o(n^2)$
2. Sei $q(x) = a_m x^m + a_{m-1} x^{m-1} + \dots + a_1 x + a_0$ mit $a_i \in \mathbb{Z}$ für $0 \leq i \leq m$ ein beliebiges Polynom. Beweisen Sie, dass x^m eine *dichte asymptotische Schranke* für q ist.
3. Seien $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit $O(g) = O(f)$. Gilt dann auch $g = f$? Ist dies der Fall, so beweisen Sie dies. Im anderen Fall geben Sie ein geeignetes Gegenbeispiel.
4. Diese Aufgabe sollte auch durch „einfaches Hinsehen“ lösbar sein. Sei die folgenden Rekurrenz $T: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ gegeben:

$$\begin{aligned} T(0) &=_{\text{def}} 1 \\ T(n) &=_{\text{def}} T(n-1) + (2n+1) \end{aligned}$$

Geben Sie die Werte von $T(1)$, $T(2)$, $T(3)$ und $T(4)$ direkt an, und bestimmen Sie eine Funktion $f(n)$, die das Funktionensymbol T nicht enthält, so dass $T(n) = f(n)$ gilt. Beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Vermutung.

Besprechung nach Bedarf