Hochschule RheinMain
Prof. Dr. Steffen Reith

9. Übung

i) Sei $(R, +, \cdot)$ ein Ring mit Nullelement 0_R. Beweisen Sie, dass dann für alle $a \in R$ $a \cdot 0 = 0$ gilt.

ii) Beweisen Sie, dass in $\mathbb{Z}$ die Rechenregel $(-n) \cdot (-m) = n \cdot m$ gilt. Kann man Ihre Beweisidee auch auf andere Ringe verallgemeinern?

iii) Zeigen Sie die folgende Aussage: Eine Zahl n (in Dezimaldarstellung) ist genau dann durch 3 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist. Entwickeln Sie eine ähnliche Regel für die Teilbarkeit durch 11.

iv) Zeigen Sie, dass sowohl die Addition von Restklassen „$\oplus$“ als auch die Multiplikation von Restklassen „$\odot$“ ist wohldefiniert, d.h. für $m \in \mathbb{N}, m \geq 2$ und $a, a', b, b' \in \mathbb{Z}$ gilt: Wenn $a \equiv a' \bmod m$ und $b \equiv b' \bmod m$, dann ist auch:

- $[a]_{\equiv_m} \oplus [b]_{\equiv_m} = [a']_{\equiv_m} \oplus [b']_{\equiv_m}$ und
- $[a]_{\equiv_m} \odot [b]_{\equiv_m} = [a']_{\equiv_m} \odot [b']_{\equiv_m}$.

Besprechung in der Übung am 10.1.2018