Hochschule RheinMain
Prof. Dr. Steffen Reith

2. Übungsblatt

1. Sei $G = (\{0, 1\}, N, P, S)$ eine Chomsky-Grammatik, wobei $N = \{S\}$ und $P = \{S \to \epsilon, S \to 0S0, S \to 1S1\}$.
   i) Beschreiben Sie die Menge aller Wörter, die aus dem Startsymbol S erzeugt werden können. Geben Sie einige Beispiele an.
   ii) Sei nun w ein beliebiges Wort, dass aus dem Startsymbol erzeugt werden kann. Beweisen Sie mit Hilfe eines Induktionsbeweises, dass dann für jedes Wort $w \in L(G)$ gilt $|w|_0 \equiv 0 \bmod 2$ und auch $|w|_1 \equiv 0 \bmod 2$.
2. Sei das L-System $G = (\{\mathtt{F}, -, +\}, -\mathtt{F}, \{\mathtt{F} \to \mathtt{F} + \mathtt{F} - \mathtt{F} - \mathtt{F} + \mathtt{F}\})$ gegeben. Bestimmen Sie die Wörter, die sich ergeben, wenn man zwei Ableitungschritte durchführt. Welche graphische Repräsentation dieser Strings ergibt sich mit der Turtle-Interpretation für $\delta = 90°$?
3. Gegeben sei ein Alphabet Σ. Eine Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ heißt *entscheidbar*, falls ein Algorithmus existiert, der für jede Eingabe stoppt und der für jedes $w \in \Sigma^*$ feststellt, ob entweder $w \in L$ oder $w \notin L$ gilt.

   Entwerfen Sie Algorithmen (in Pseudocode), die zeigen, dass die Sprachen L_1, **PRIM** und **COMPOSITE** entscheidbar sind:
   i) $\Sigma = \{a, b\}$ und $L_1 =_{\text{def}} \{v \in \Sigma^* \mid v = ww^R\}$, wobei $w^R =_{\text{def}} w_n w_{n-1} \ldots w_2 w_1$ für $w = w_1 w_2 \ldots w_{n-1} w_n$ (d.h. w^R ist das Spiegelbild von w).
   ii) $\Sigma = \{0, 1\}$, $\mathbf{PRIM} =_{\text{def}} \{p \mid p \text{ ist Primzahl}\}$ und $\mathbf{COMPOSITE} = \overline{\mathbf{PRIM}}$.
4. Gegeben sei die Grammatik $G_4 = (\{a, b, c\}, \{S, B\}, \{S \to aSBc, S \to abc, cB \to Bc, bB \to bb\}, S)$. Geben Sie die Sprache $L(G_4)$ an.
   Hinweis: Zählen Sie zunächst einmal wie viele Buchstaben a, B und c nach einem beliebigen Ableitungsschritt auftreten (induktives Argument).

Besprechung in den Übungen am 2. Mai 2018.