

6. Übungsblatt

Lösen Sie die folgenden Aufgaben:

1. Zwei ungerichtete Graphen $G_1 = (V_1, E_1)$ und $G_2 = (V_2, E_2)$ heißen zueinander *isomorph*, wenn die Knoten von G_1 so umbenannt werden können, dass G_2 entsteht.

Formal bedeutet dies: G_1 und G_2 heißen genau dann zueinander isomorph, wenn es eine bijektive Abbildung $f: V_1 \rightarrow V_2$ gibt, so dass für alle $u, v \in V_1$ gilt

$$(u, v) \in E_1 \text{ gdw. } (f(u), f(v)) \in E_2.$$

Es sei

$$\text{GI} =_{\text{def}} \{ \langle G, H \rangle \mid G \text{ und } H \text{ sind zueinander isomorphe ungerichtete Graphen} \}.$$

Zeigen Sie, dass $\text{GI} \in \mathbf{NP}$ gilt.

2. Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ heißt *k-färbbar* für $k \in \mathbb{N}$, falls seine Knoten so mit k zur Verfügung stehenden Farben markiert werden können, dass keine benachbarten Knoten dieselbe Farbe tragen. Formal definiert bedeutet das: Für $k \in \mathbb{N}$ heißt G genau dann *k-färbbar*, wenn es eine Abbildung $f: V \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$ gibt mit $f(u) \neq f(v)$ für alle $(u, v) \in E$.

Es sei

$$\text{COLORABILITY} =_{\text{def}} \{ \langle G, k \rangle \mid k \in \mathbb{N} \text{ und } G \text{ ist ein } k\text{-färbbarer ungerichteter Graph} \}.$$

Zeigen Sie, dass $\text{COLORABILITY} \in \mathbf{NP}$ gilt. Nun sei

$$\text{2-COLORABILITY} =_{\text{def}} \{ \langle G, k \rangle \mid k \in \mathbb{N} \text{ und } G \text{ ist ein 2-färbbarer ungerichteter Graph} \}.$$

Zeigen Sie, dass $\text{2-COLORABILITY} \in \mathbf{P}$.

Besprechung in der Übung am 7. Dezember 2012 in der 49. Kalenderwoche. Die Aufgaben müssen von Ihnen so vorbereitet werden, dass sie an der Tafel vorgeführt werden können. Achten Sie insbesondere auf einen korrekten mathematischen Formalismus!