

## 10. Übungsblatt

Lösen Sie die folgenden Aufgaben:

1. Es sei  $H$  eine aussagenlogische Formel in 3-KNF (genau drei Literale pro Klausel). Eine Belegung der Variablen in  $H$ , die in jeder Klausel von  $H$  ein *Literal* mit dem Wert *wahr* und eines mit dem Wert *falsch* belegt, nennen wir *ungleiche Belegung für  $H$* . Eine erfüllende ungleiche Belegung für  $H$  ist demnach eine erfüllende Belegung für  $H$ , die in keiner Klausel alle dort auftretenden Literale gleichzeitig erfüllt.
  - i) Zeigen Sie, dass die Negation<sup>1</sup> jeder ungleichen Belegung ebenfalls eine ungleiche Belegung ist.
  - ii) Es sei

$$\text{NAESAT} =_{\text{def}} \{H \mid H \text{ ist eine aussagenlogische Formel in 3-KNF, die eine ungleiche Belegung besitzt}\}.$$

Zeigen Sie, dass  $3\text{SAT} \leq_m^p \text{NAESAT}$ .

2. Das Optimierungsproblem MaxCLIQUE sei wie folgt definiert:

**Instanz:** ein ungerichteter Graph  $G = (V, E)$

**Lösungen:** Cliques  $C \subseteq V$  von  $G$

**Maß:** die Größe einer Clique  $\#C$

**Goal:** max

- i) Zeigen Sie, dass  $\text{MaxCLIQUE} \in \text{NPO}$  gilt.
  - ii) Es sei  $\text{MaxCLIQUE}_D$  das zu  $\text{MaxCLIQUE}$  gehörige Entscheidungsproblem. Zeigen Sie, dass  $\text{MaxCLIQUE}_D = \text{CLIQUE}$  gilt.
3. Zeigen Sie: Wenn  $\mathcal{P} \in \text{NPO}$ , dann gilt  $\mathcal{P}_D \in \text{NP}$ .

Besprechung in der Übung am 18. Januar 2013.

---

<sup>1</sup>Ist  $\Theta$  eine Belegung, so ist die Negation von  $\Theta$  die Belegung, in der alle Variablen, die unter  $\Theta$  den Wert *wahr* erhalten, mit *falsch* belegt werden und umgekehrt.