Komplexitätstheorie
Sommersemester 2017

Hochschule RheinMain (FB DCSM)
Prof. Dr. Steffen Reith

9. Übungsblatt

1. Es sei H eine aussagenlogische Formel in 3-KNF (genau drei Literale pro Klausel). Eine Belegung der Variablen in H, die in jeder Klausel von H ein *Literal* mit dem Wert *wahr* und eines mit dem Wert *falsch* belegt, nennen wir *ungleiche Belegung für* H. Eine erfüllende ungleiche Belegung für H ist demnach eine erfüllende Belegung für H, die in keiner Klausel alle dort auftretenden Literale gleichzeitig erfüllt.

   i) Zeigen Sie, dass die Negation[1] jeder ungleichen Belegung ebenfalls eine ungleiche Belegung ist.

   ii) Es sei

   $$\text{NAESAT} =_{\text{def}} \{H \mid H \text{ ist eine aussagenlogische Formel in 3-KNF, die eine ungleiche Belegung besitzt}\}.$$

   Zeigen Sie, dass $\text{3SAT} \leqslant_m^p \text{NAESAT}$.

2. Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Eine Knotenmenge $V' \subseteq V$ heißt *unabhängig*, falls für je zwei Knoten $u, v \in V'$ gilt, dass $(u, v) \notin E$.

   Es sei das folgende Problem definiert:

   $$\text{INDEP-SET} =_{\text{def}} \{\langle G, k\rangle \mid G \text{ hat eine unabhängige Knotenmenge mit} \geqslant k \text{ Knoten.}\}$$

   Zeigen Sie, dass INDEP-SET NP-vollständig ist.

3. Eine Knotenmenge $V' \subseteq V$ heißt *Knotenüberdeckung*, falls für jede Kante $(u, v) \in E$ gilt, dass $u \in V'$ oder $v \in V'$.

   Es sei das folgende Problem definiert:

   $$\text{VERTEX-COVER} =_{\text{def}} \{\langle G, k\rangle \mid G \text{ hat eine Knotenüberdeckung mit} \leqslant k \text{ Knoten.}\}$$

   Zeigen Sie, dass VERTEX-COVER NP-vollständig ist.

4. Sie kennen bereits die Sprache

   $$\text{CONNECTED} =_{\text{def}} \{\langle G, k\rangle \mid G \text{ ist ein ungerichteter Graph mit höchstens } k \text{ Zusammenhangskomponenten.}\}.$$

   Zeigen Sie: $\text{CONNECTED} \leqslant_m^p \text{SAT}$.

Besprechung in der Übung am 28. Juni 2017.

[1] Ist Θ eine Belegung, so ist die Negation von Θ die Belegung, in der alle Variablen, die unter Θ den Wert *wahr* erhalten, mit *falsch* belegt werden und umgekehrt.