

5. Übungsblatt

Lösen Sie die folgenden Aufgaben:

1. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

a) $\mathbf{DSPACE}(2^n) \subsetneq \mathbf{DSPACE}(2^{2n})$.

b) $\mathbf{NTIME}(n) \subsetneq \mathbf{PSPACE}$.

c) $\mathbf{PSPACE} \subsetneq \mathbf{DSPACE}(2^n)$.

2. Beweisen Sie, die folgende Aussage: Wenn $\mathbf{DSPACE}(n) \subseteq \mathbf{P}$, dann ist $\mathbf{P} = \mathbf{PSPACE}$.

Hinweis: Nehmen Sie an, dass $\mathbf{DSPACE}(n) \subseteq \mathbf{P}$ und $L \in \mathbf{PSPACE}$. Betrachten Sie dann die Sprache $L' =_{\text{def}} \{w10^{p(|w|)} \mid w \in L\}$ für ein geeignet gewähltes Polynom p .

3. Eine Sprache $A \subseteq \Sigma^*$ semi-entscheidbar, wenn die charakteristische Funktion $c_A: \Sigma^* \rightarrow \{0, 1\}$ der Sprache A mit

$$c_A(w) =_{\text{def}} \begin{cases} 1, & \text{falls } w \in A \\ \text{undefiniert,} & \text{sonst} \end{cases}$$

berechenbar ist.

Definition Sei $t: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$. Die Komplexitätsklasse $\mathbf{SEMITIME}(t(n))$ besteht aus allen Sprachen A , für die es eine Mehrband-Turingmaschine gibt, die A semi-entscheidet (also ein Semi-Entscheidungsalgorithmus für A ist) und deren Zeitbedarf für alle $w \in A$ durch $\mathcal{O}(t(|w|))$ beschränkt ist.

Beweisen Sie: Ist $A \in \mathbf{SEMITIME}(t(n))$ für eine berechenbare Funktion $t: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, so ist A entscheidbar.

Besprechung in der Übung am 11. Juni 2021. Achten Sie insbesondere auf einen korrekten mathematischen Formalismus!