

## 5. Übungsblatt

Lösen Sie die folgenden Aufgaben:

1. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

a)  $\mathbf{DSPACE}(2^n) \subsetneq \mathbf{DSPACE}(2^{2n})$ .

b)  $\mathbf{NTIME}(n) \subsetneq \mathbf{PSPACE}$ .

c)  $\mathbf{PSPACE} \subsetneq \mathbf{DSPACE}(2^n)$ .

2. Beweisen Sie, die folgende Aussage: Wenn  $\mathbf{DSPACE}(n) \subseteq \mathbf{P}$ , dann ist  $\mathbf{P} = \mathbf{PSPACE}$ .

Hinweis: Nehmen Sie an, dass  $\mathbf{DSPACE}(n) \subseteq \mathbf{P}$  und  $L \in \mathbf{PSPACE}$ . Betrachten Sie dann die Sprache  $L' =_{\text{def}} \{w10^{p(|w|)} \mid w \in L\}$  für ein geeignet gewähltes Polynom  $p$ .

3. Eine Sprache  $A \subseteq \Sigma^*$  semi-entscheidbar, wenn die charakteristische Funktion  $c_A: \Sigma^* \rightarrow \{0, 1\}$  der Sprache  $A$  mit

$$c_A(w) =_{\text{def}} \begin{cases} 1, & \text{falls } w \in A \\ \text{undefiniert,} & \text{sonst} \end{cases}$$

berechenbar ist.

**Definition** Sei  $t: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ . Die Komplexitätsklasse  $\mathbf{SEMITIME}(t(n))$  besteht aus allen Sprachen  $A$ , für die es eine Mehrband-Turingmaschine gibt, die  $A$  semi-entscheidet (also ein Semi-Entscheidungsalgorithmus für  $A$  ist) und deren Zeitbedarf für alle  $w \in A$  durch  $\mathcal{O}(t(|w|))$  beschränkt ist.

Beweisen Sie: Ist  $A \in \mathbf{SEMITIME}(t(n))$  für eine berechenbare Funktion  $t: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ , so ist  $A$  entscheidbar.

Besprechung in der Übung am 8. Dezember 2022. Achten Sie insbesondere auf einen korrekten mathematischen Formalismus!