Komplexitätstheorie
Sommersemester 2026

Hochschule RheinMain (FB DCSM)
Prof. Dr. Steffen Reith

1. Übungsblatt

Lösen Sie die folgenden Aufgaben:

1. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

   i) $2n \in \mathcal{O}(n)$
   ii) $n^2 \in \mathcal{O}(n)$
   iii) $\log_2(n) \in \mathcal{O}\left(\log_{k(n)}\right)$ für alle festen $k \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$
   iv) $n^2 \in \mathcal{O}(n \cdot \log(n))$
   v) $n \cdot \log_2(n) \in \mathcal{O}(n^2)$
   vi) $3^n \in 2^{\mathcal{O}(n)}$

   a) $(2^n)^3 \in 2^{\mathcal{O}(n)}$
   b) $2^{n^3} \in 2^{\mathcal{O}(n)}$
   c) $\mathcal{O}(2^n) = \mathcal{O}(3^n)$
   d) $\mathcal{O}(2^{2n}) = \mathcal{O}(2^n)$
   e) $\mathcal{O}(n^2) + \mathcal{O}(n) = \mathcal{O}(n^2)$
   f) $\mathcal{O}(n) - \mathcal{O}(n) = \mathcal{O}(0)$

   Verwenden Sie die Tatsache, dass $f(n) \in \mathcal{O}(g(n)), \Leftrightarrow c, n_0 \in \mathbb{N}$ gibt, so dass $\forall n \geq n_0$ gilt $f(n) \leq c \cdot g(n)$.

2. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

   i) $n \in \mathrm{o}(2n)$
   ii) $2n \in \mathrm{o}(n^2)$
   iii) $n^k \in \mathrm{o}(2^n)$ für alle festen $k \in \mathbb{N}$
   iv) $2^n \in \mathrm{o}(3^n)$
   v) $1 \in \mathrm{o}(n)$

   a) $1 \in \mathrm{o}\left(\frac{1}{n}\right)$
   b) $\log_2(n) \in \mathrm{o}(n)$
   c) $n^2 \in \mathrm{o}(\log_2(n))$
   d) $\mathrm{o}(g(n)) \subseteq \mathcal{O}(g(n))$ für alle Funktionen $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$

   Verwenden Sie die Tatsache, dass $f \in \mathrm{o}(g), \Leftrightarrow \forall c > 0 \exists n_0 \forall n > n_0$ so, dass $f(n) < c \cdot g(n)$.

Besprechung in der Übung am 8. Mai 2026. Achten Sie bitte auf einen korrekten mathematischen Formalismus!