

2. Übungsblatt

Lösen Sie die folgenden Aufgaben:

1. Im folgenden betrachten wir die bekannte kontextfreie Sprache $A =_{\text{def}} \{0^i 1^i \mid 0 \leq i\}$.
 - a) Zeigen Sie, dass A von einer 1-Band-Turingmaschine in Zeit $O(n \cdot \log n)$ entschieden werden kann.
Beschreiben Sie hierzu die Funktionsweise der Turingmaschine vollständig und begründen Sie die Laufzeit der Maschine.
 - b) Zeigen Sie, dass A mit $O(\log n)$ Bandzellen von einer Turingmaschine mit zwei Bändern entschieden werden kann, wenn man die von der Eingabe benutzten Bandzellen nicht zählt.
Beschreiben Sie hierzu die Funktionsweise der Turingmaschine vollständig und begründen Sie den Platzbedarf der Maschine.
2. Es sei $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$.
 - a) Zeigen Sie: Gilt $A \in \mathbf{DTIME}(f)$, so gilt auch $\overline{A} \in \mathbf{DTIME}(f)$.
 - b) Zeigen Sie: Gilt $A \in \mathbf{DSPACE}(f)$, so gilt auch $\overline{A} \in \mathbf{DSPACE}(f)$.
3. Es sei $B =_{\text{def}} \{\text{bin}(0) \diamond \text{bin}(1) \diamond \dots \diamond \text{bin}(n) \mid n \in \mathbb{N}\}$, wobei $\text{bin}(k)$ für $k \in \mathbb{N}$ die Binärdarstellung von k ohne führende Nullen ist. Zeigen Sie, dass $B \in \mathbf{DSPACE}(\log(\log n))$ gilt. Beschreiben Sie hierzu die Funktionsweise Ihrer Turingmaschine vollständig und zeigen Sie, dass der Platzbedarf der Maschine $O(\log(\log n))$ ist.

Besprechung in der Übung am 15. Mai 2026 (wie besprochen online!). Achten Sie insbesondere auf einen korrekten mathematischen Formalismus!