

3. Übungsblatt

Im folgenden sei **TIME** (bzw. **SPACE**) eine Abkürzung für **DTIME** und **NTIME** (bzw. **DSPACE** und **NSPACE**). Lösen Sie die folgenden Aufgaben:

1. Zeigen Sie:

- i) Geben Sie eine Sprache aus der Klasse **TIME**(1) an.
- ii) Sei \mathcal{T} ein Typ der Chomsky-Hierarchie (regulär, kontextfrei, kontextsensitiv, rekursiv-aufzählbar/Typ0), Σ ein Alphabet und $A \subseteq \Sigma^*$.
Für welche Typen \mathcal{T} gilt: Ist A vom Typ \mathcal{T} , so gilt $A \in \mathbf{DSPACE}(1)$? Was können Sie über die (eventuell) verbleibenden Typen sagen?

2. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

- i) $\mathbf{TIME}(2^n) = \mathbf{TIME}(2^{n+1})$
- ii) $\mathbf{NTIME}(n) \subseteq \mathbf{PSPACE}$

Dabei ist

$$\mathbf{PSPACE} =_{\text{def}} \bigcup_{p \text{ Polynom}} \mathbf{SPACE}(p).$$

3. Seien R eine reguläre Sprache und $s : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ eine Funktion mit $s(n) \geq \log n$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Beweisen Sie:

Ist $A \in \mathbf{SPACE}(s(n))$, so gilt auch $A \cup R \in \mathbf{SPACE}(s(n))$.

Besprechung in der Übung am 22. Mai 2026. Achten Sie insbesondere auf einen korrekten mathematischen Formalismus!