

4. Übungsblatt

Lösen Sie die folgenden Aufgaben:

1. Die Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit $f(n) = n^2$ ist raumkonstruierbar.
2. Es seien f, g raumkonstruierbare Funktionen und $k \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie:
 - a) $f + g$,
 - b) $f \cdot g$,
 - c) f^g und
 - d) $h(n) = n^k$

sind raumkonstruierbar.

3. Eine Zusammenhangskomponente eines ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ (V beliebige Menge, $E \subseteq V \times V$, $(u, v) \in E$ gdw. $(v, u) \in E$) ist eine maximale Menge von Knoten $U \subseteq V$ mit der Eigenschaft, dass es zwischen je zwei Knoten aus U einen Pfad in G gibt.

Zeigen Sie, dass die Sprache

$$\mathbf{CONNECTED} =_{\text{def}} \{(G, k) \mid G \text{ ist ein ungerichteter Graph mit höchstens } k \text{ Zusammenhangskomponenten.}\}$$

zur Klasse \mathbf{P} gehört.

Besprechung in der Übung am 29. Mai 2026. Achten Sie insbesondere auf einen korrekten mathematischen Formalismus!