

## 5. Übungsblatt

Lösen Sie die folgenden Aufgaben:

1. Seien  $\mathcal{C}_1$  und  $\mathcal{C}_2$  Komplexitätsklassen über dem Alphabet  $\Sigma^*$ . Zeigen Sie dann folgende Aussage:

$$\mathcal{C}_1 \subseteq \mathcal{C}_2 \Leftrightarrow \text{co-}\mathcal{C}_1 \subseteq \text{co-}\mathcal{C}_2$$

Benutzen Sie dann diese Aussage, um insbesondere  $\mathcal{C}_1 \subseteq \text{co-}\mathcal{C}_1$  gdw.  $\mathcal{C}_1 = \text{co-}\mathcal{C}_2$  zu zeigen.

2. Beweisen Sie, die folgende Aussage:

Wenn  $\mathbf{DSPACE}(n) \subseteq \mathbf{P}$ , dann ist  $\mathbf{P} = \mathbf{PSPACE}$ .

Hinweis: Nehmen Sie an, dass  $\mathbf{DSPACE}(n) \subseteq \mathbf{P}$  und  $L \in \mathbf{PSPACE}$ . Betrachten Sie dann die Sprache  $L' =_{\text{def}} \{w10^{p(|w|)} \mid w \in L\}$  für ein geeignet gewähltes Polynom  $p$ .

3. Eine formale Sprache  $A \subseteq \Sigma^*$  heißt **semi-entscheidbar**, wenn die charakteristische Funktion  $c_A : \Sigma^* \rightarrow \{0, 1\}$  von  $A$  mit

$$c_A(w) =_{\text{def}} \begin{cases} 1, & \text{falls } w \in A \\ \text{undefiniert, sonst} \end{cases}$$

berechenbar ist.

**Definition:** Sei  $t : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ . Die Komplexitätsklasse  $\mathbf{SEMITIME}(t)$  besteht aus allen Sprachen  $A$ , für die es eine Mehrband-Turingmaschine gibt, die  $A$  semi-entscheidet (also ein Semi-Entscheidungsalgorithmus für  $A$  ist) und deren Zeitbedarf für alle  $w \in A$  durch  $O(t(|w|))$  beschränkt ist.

Beweisen Sie: Ist  $A \in \mathbf{SEMITIME}(t)$  für eine berechenbare Funktion  $t : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ , so ist  $A$  entscheidbar.

Besprechung in der Übung am 3. Juni 2026 (wie besprochen am Mittwoch!). Achten Sie insbesondere auf einen korrekten mathematischen Formalismus!