

4. Übungsblatt

1. Wenden Sie den aus der Vorlesung bekannten Hornalgorithmus auf die folgenden Formeln an:

i) $(\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_3 \vee x_4) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_4 \vee x_1) \wedge (\neg x_4 \vee x_2) \wedge x_4$

ii) $(\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_4) \wedge \neg x_5 \wedge (\neg x_3 \vee x_1) \wedge x_3 \wedge x_2 \wedge (\neg x_6 \vee x_4) \wedge x_6$

2. Warum arbeitet der Hornalgorithmus nicht auf einer beliebigen KNF-Formel korrekt? Geben Sie eine KNF-Formel an, für die der Hornalgorithmus nicht korrekt arbeitet.

3. Geben Sie Formeln H_n und G_n , $n \geq 1$, mit den Variablen x_1, \dots, x_n an, für die gilt:

i) Der Hornalgorithmus stoppt auf H_n nach genau n Schleifendurchläufen mit dem Resultat *erfüllbar*.

ii) Der Hornalgorithmus stoppt auf G_n nach genau n Schleifendurchläufen mit dem Resultat *unerfüllbar*.

4. Gegeben sei eine Hornformel $H(x_1, \dots, x_n)$ mit den erfüllenden Belegungen I_1 und I_2 . Wir definieren eine neue Belegung $(I_1 \wedge I_2)(x_i) =_{\text{def}} \text{and}(I_1(x_i), I_2(x_i))$ für $1 \leq i \leq n$. Zeigen Sie, dass dann auch $(I_1 \wedge I_2) \models H$.

5. Bestimmen Sie für die folgende KNF-Formel H die Mengen $\text{Res}_n(H)$ für $n = 0, 1, 2, \dots$

$$H(x, y, z) = (x \vee y \vee \neg z) \wedge (y \vee z) \wedge (\neg x \vee \neg y \vee z) \wedge (x \vee \neg z) \wedge (\neg x \vee \neg z),$$

wobei

(IA) $\text{Res}_0(H) = H$

(IS) $\text{Res}_{n+1} = \text{Res}(\text{Res}_n(H))$

Dabei bezeichnet $\text{Res}(H)$ die Menge aller Klauseln von H zusammen mit allen möglichen Resolventen von H .

Besprechung in der Übung am 23. November 2022

Bonusaufgabe: Zeigen Sie, dass $n^2 - 2n - 1 > 0$ für $n \geq 3$ gilt.