Hochschule RheinMain
Steffen Reith

6. Übungsblatt

1. Wir definieren die Boolesche Funktion $\text{nand}\colon \{0,1\}^2 \to \{0,1\}$ mit

x	y	$\text{nand}(x, y)$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

   Für die nand-Funktion wollen wir den Konnektor $\uparrow$ verwenden.

   i) Definieren Sie (induktiv!) die Syntax und Semantik einer Aussagenlogik $L_\uparrow$, die nur den Konnektor $\uparrow$ benutzt.
   ii) Zeigen Sie: Für jede Formel $H \in L_\uparrow$ existiert eine Formel $H' \in L_{\text{AL}}$ mit $H \equiv H'$.

2. Zeigen Sie die folgenden vier Aussagen. Seien $H, H_1, \ldots, H_n \in L_{\text{AL}}$ und $\Phi \subseteq L_{\text{AL}}$, dann gilt

   i) H ist allgemeingültig gdw. $\emptyset \models H$,
   ii) $H_1 \equiv H_2$ gdw. für alle Φ gilt $\Phi \models H_1$ genau dann, wenn $\Phi \models H_2$,
   iii) $(H_1 \to H_2)$ ist allgemeingültig gdw. $\{H_1\} \models H_2$ und
   iv) $\{H_1, \ldots, H_m\}^{\models} = \{H_1 \land H_2 \land \ldots \land H_m\}^{\models}$

Besprechung in der Übung am 14. Dezember 2022