3. Übungsblatt

1. Zeigen Sie die folgenden Aussagen für aussagenlogische Formeln H, H' und H'':

   i) Sind $(H' \to H)$ und $(\neg H' \to H)$ allgemeingültig, so auch H.
   (Regel von der Fallunterscheidung)

   ii) Sind $(H' \to H)$ und $(H' \to \neg H)$ allgemeingültig, so auch $\neg H'$.
   (Regel vom indirekten Beweis)

   iii) Sind $(H \to H')$ und H allgemeingültig, so auch H'.
   (Abtrennungsregel oder modus ponens)

   iv) Sind $(H \to H')$ und $(H' \to H'')$ allgemeingültig, so auch $(H \to H'')$.
   (Kettenschlußregel)

   v) Ist $(H \to H')$ allgemeingültig, so auch $(\neg H' \to \neg H)$.
   (Kontrapositionsregel)

2. Geben Sie möglichst schnelle Algorithmen (in Pseudocode reicht) an, die für gegebene Formeln in

   - DNF die Erfüllbarkeit testen,
   - KNF die Erfüllbarkeit testen.

3. Geben Sie eine möglichst *kleine* Formel in konjunktiver Normalform an, die zur Formel

$$(((x \to \neg y) \vee (y \leftrightarrow (x \vee y))) \wedge (x \to (y \leftrightarrow z)))$$

   logisch äquivalent ist.

4. Geben Sie Formeln H_1 und H_2 in den Variablen $x_1, \ldots, x_n$ mit $n \geq 2$ an, so dass

   - $f_{H_1}(a_1, \ldots, a_n) = 1$ für genau ein Viertel der n-Tupel $(a_1, \ldots, a_n) \in \{0, 1\}^n$.

- $f_{H_2}(a_1, \ldots, a_n) = 1$ für genau ein Drittel der n-Tupel $(a_1, \ldots, a_n) \in \{0, 1\}^n$.

Besprechung in den Übungen am 17. November 2021

Bonus: Beweisen Sie mit einer vollständigen Induktion, dass $n^2 + n$ gerade ist und $n^3 + 2n \equiv 0 \bmod 3$