

1. Übungsblatt

1. Beweisen Sie die folgende Aussage:

Satz 1: Sei $n \geq 1$ eine natürliche Zahl, dann existieren genau 2^{2^n} verschiedene n -stellige Boolesche Funktionen.

2. Finden Sie eine möglichst kurze Formel $H(x_1, \dots, x_3)$, die die drei Aussagenvariablen x_1 , x_2 und x_3 enthält, mit der folgenden Eigenschaft: Für jede Belegung $I: \{x_1, x_2, x_3\} \rightarrow \{0, 1\}$ gilt, dass das Ändern **genau eines** der Werte $I(x_1)$, $I(x_2)$ oder $I(x_3)$ auch $I(H)$ ändert.

Finden Sie eine Verallgemeinerung für alle $n > 0$.

Hinweis: Betrachten Sie zunächst den Spezialfall $n = 2$.

3. Wir definieren H_1, \dots, H_n durch

$$\bigwedge_{i=1}^n H_i =_{\text{def}} ((\dots ((H_1 \wedge H_2) \wedge H_3) \wedge \dots \wedge H_{n-1}) \wedge H_n)$$

und

$$\bigvee_{i=1}^n H_i =_{\text{def}} ((\dots ((H_1 \vee H_2) \vee H_3) \vee \dots \vee H_{n-1}) \vee H_n)$$

Zeigen Sie durch Induktion:

(a) $I(\bigwedge_{i=1}^n H_i) = 1$ gdw. $I(H_i) = 1$ für alle $i \in \{1, \dots, n\}$ gilt.

(b) $I(\bigvee_{i=1}^n H_i) = 1$ gdw. ein $i \in \{1, \dots, n\}$ mit $I(H_i) = 1$ existiert.

Besprechung am 3. November 2023.