

3. Übungsblatt

1. Folgende Aussagen sind gegeben:

- i) Jeder, der ein gutes Gehör hat, kann richtig singen.
- ii) Niemand ist ein wahrhafter Musiker, wenn er nicht seine Zuhörer begeistern kann.
- iii) Niemand, der kein gutes Gehör hat, kann seine Zuhörerschaft begeistern.
- iv) Niemand, außer einem wahrhaften Musiker, kann eine Sinfonie schreiben.

Nun stellt sich die Frage: Welche Eigenschaften muss jemand notwendigerweise besitzen, wenn er eine Sinfonie geschrieben hat?

Zur Lösung führen wir folgende Wahrheitswerte-Variablen ein:

$$\begin{array}{ll} x_G \triangleq \text{„Hat ein gutes Gehör“} & x_M \triangleq \text{„Ist ein wahrhafter Musiker“} \\ x_S \triangleq \text{„Kann richtig singen“} & x_I \triangleq \text{„Kann Sinfonie schreiben“} \\ x_Z \triangleq \text{„Kann Zuhörer begeistern“} & \end{array}$$

2. Welche der folgenden Ausdrücke sind eine Kontradiktion bzw. Tautologie? Geben Sie eine Antwort *ohne* Benutzung von Wahrheitstabelle.

- i) $\neg x \leftrightarrow (x \wedge (x \vee y))$
- ii) $\neg x \oplus (x \vee (x \wedge y))$
- iii) $(x \rightarrow y) \leftrightarrow (\neg x \vee y)$
- iv) $y \leftrightarrow ((\neg x \rightarrow y) \wedge (x \rightarrow y))$

Hinweis: $x \rightarrow y \equiv \neg x \vee y$ und $x \leftrightarrow y \equiv (x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow x)$.

3. Wir definieren, dass eine Funktion $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ bei a den Grenzwert b hat, wenn

$$\forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in \mathbb{R} \ 0 < |x - a| < \delta \rightarrow |g(x) - b| < \epsilon$$

gilt (Man schreibt $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = b$).

Finden Sie eine logische Formulierung für die folgenden Aussagen:

- i) $g(x) = x^2$ hat bei 4 den Grenzwert 16.
- ii) $g(x) = x^3$ hat bei 3 nicht den Grenzwert 7.
- iii) Für alle $k > 0$ hat $g(x) = 1/x^k$ bei 0 keinen Grenzwert.

- iv) Für alle $b \in \mathbb{R}$ gilt, dass die Funktion $g(x) = x^{1024}$ bei b und $-b$ den gleichen Grenzwert hat.
4. Seien $x \in \mathbb{Z}$ und $y \in \mathbb{Z}$ und $p(x, y)$ die Aussageform $p(x, y): -x - y = 0$. Drücken Sie die beiden folgenden Aussagen in Worten aus und geben Sie an, ob diese Aussagen wahr oder falsch sind:
- i) $\forall x(\exists y(P(x, y)))$
 - ii) $\exists y(\forall x(P(x, y)))$

Besprechung in den Übungen in der KW 45 ab Donnerstag 6. November 2017.