Diskrete Strukturen
Wintersemester 2017/2018

Hochschule RheinMain
Prof. Dr. Steffen Reith

4. Übungsblatt

1. Finden Sie Aussageformen $p(x)$ und $q(x)$ über natürliche Zahlen, so dass gilt

   i) $(\forall x\, p(x)) \lor (\forall x\, q(x)) \not\equiv \forall x\, (p(x) \lor q(x))$
   ii) $(\exists x\, p(x)) \land (\exists x\, q(x)) \not\equiv \exists x\, (p(x) \land q(x))$

   Das Symbol $\not\equiv$ sagt, dass die Formeln nicht logisch äquivalent sind.

   Hinweis: Denken Sie über die Menge der Primzahlen nach!

   Verallgemeinern Sie Ihre Lösung und finden Sie weitere Möglichkeiten für die Definition der Aussageformen p und q. Überlegen Sie, warum Ihre Technik funktioniert.

2. Sei $A = \{x \in U \mid p(x)\}$ und $B = \{x \in U \mid q(x)\}$ mit Aussageformen $p(x)$ und $q(x)$ und U ein Universum, dann definierten wir:

   $$A \cap B = \{x \in U \mid p(x) \land q(x)\}$$
   $$A \cup B = \{x \in U \mid p(x) \lor q(x)\}$$
   $$\overline{A} = \{x \in U \mid \neg p(x)\}$$

   Verwenden Sie Venn-Diagrammen, um die Gesetze von De Morgan zu überprüfen.

3. Seien $A = \{u, v, w, x\}$, $B = \{a, b, x\}$ und $C = \{t, u, b, x\}$ Teilmengen des Universums $\{a, b, u, v, w, x, t\}$. Geben Sie die folgenden Mengen an:

   i) $B \cup C$
   ii) $A \cap B$
   iii) $\overline{C}$
   iv) $A \cap B \cap C$
   v) $(A \cup B) \cap (A \cup C)$
   vi) $\overline{(A \cup C)}$
   vii) $B \backslash C$
   viii) $A \cap (A \cup B)$

Besprechung in den Übungen in der KW 46 ab dem 13. November 2017.