5. Übungsblatt

1. Gegeben sind die folgenden Teilmengen von $\mathbb{Z}$:
   - $A = \{3n \mid n \in \mathbb{Z} \text{ und } n \geq 4\}$
   - $B = \{2n \mid n \in \mathbb{Z}\}$
   - $C = \{n \mid n \in \mathbb{Z} \text{ und } n^2 \leq 100\}$

   Drücken Sie die folgenden Mengen unter Verwendung von geeigneten Mengenoperationen aus:

   i) Die Menge der ungeraden ganzen Zahlen
   ii) $\{-10, -8, -6 - 4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, 10\}$
   iii) $\{6n \mid n \in \mathbb{Z} \text{ und } n \geq 2\}$
   iv) $\{-9, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9\}$

2. Die *Potenzmenge* einer Menge M ist (vgl. Vorlesung) durch $\mathcal{P}(M) =_{\text{def}} \{N \mid N \subseteq M\}$ definiert.

   i) Sei $B = \{\delta, \iota, \zeta\}$. Bestimmen Sie $\mathcal{P}(B)$.
   ii) Finden Sie Mengen A und B, sodass $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) \neq \mathcal{P}(A \cup B)$.
   iii) Können Sie Mengen A und B finden, sodass $\mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B) \neq \mathcal{P}(A \cap B)$? Wenn ja, dann geben Sie ein Beispiel. Sollten Sie kein Beispiel finden, so finden Sie (mathematische) Gründe dafür.

3. In dieser Aufgabe wird ein neuer Operator $\diamond$ für Mengen eingeführt. Seien A und B dazu Mengen und
$$A \circledcirc B = \overline{A \cap B}$$
   Verwenden Sie die Ihnen bekannten Gesetze für das Rechnen mit Mengen, um die folgenden Eigenschaften zu belegen:

   i) $A \circledcirc A = \overline{A}$
   ii) $(A \circledcirc A) \circledcirc (B \circledcirc B) = A \cup B$
   iii) $(A \circledcirc B) \circledcirc (A \circledcirc B) = A \cap B$

4. Finden Sie einen Beweis durch Widerspruch für die Aussage: „Wenn $n + m$ eine ungerade ganze Zahl ist, dann ist entweder n oder m ungerade."

Besprechung in den Übungen in der KW 47 ab Donnerstag 20. November 2017.